

ヴァイオリン駒構造の振動伝搬解析

Vibration Energy Propagation Analysis of Violin Structure

山崎 徹⁽¹⁾, 今津 卓⁽¹⁾, 伊東 圭昌⁽²⁾

Toru YAMAZAKI⁽¹⁾, Taku IMAZU⁽¹⁾, Yoshiaki ITOH⁽²⁾

(1) 神奈川大学, (2) 神奈川県産業技術センター

(1) Kanagawa University, (2) Kanagawa Industrial Technology Center

2015年11月27日

ヴァイオリン駒構造の振動伝搬解析

Vibration Energy Propagation Analysis of Violin Structure

山崎 徹⁽¹⁾, 今津 卓⁽¹⁾, 伊東 圭昌⁽²⁾

Toru YAMAZAKI⁽¹⁾, Taku IMAZU⁽¹⁾, Yoshiaki ITOH⁽²⁾

(1) 神奈川大学, (2) 神奈川県産業技術センター

(1) Kanagawa University, (2) Kanagawa Industrial Technology Center

ヴァイオリン構造における振動エネルギーの伝搬メカニズムという観点から、機械構造物の振動騒音設計に活用するための研究を行っている。本報では、ヴァイオリンの駒構造に着目し、弦から駒構造を介してヴァイオリン胴体部に振動エネルギーが伝搬するメカニズムについて考察する。はじめに、実験データに基づく統計的エネルギー解析法 (SEA) によるヴァイオリン本体の振動エネルギー伝搬解析を実施し、よりよいヴァイオリンとしての三つの要件を得たことを報告する。また、要件の一つである「表板への入力パワーの周波数分布は $1/\sqrt{f}$ 分布に近い (f は周波数)」ことは、駒構造の一方向振動伝搬を示唆することから、この振動伝搬メカニズムについて検討したことを報告する。

Keyword: 楽器, SEA, 振動インテンシティ, 非線形振動

1. はじめに

各種楽器の構造および音響特性に関する研究を通して、よりよい機械製品を開発していくという取り組みが多くなってきている⁽¹⁾⁽²⁾。なかでもヴァイオリンは、古く乾燥している木材ほどよい音色を奏でると言われており⁽³⁾⁽⁴⁾、その構造および音色の基本的設計手法は、2世紀以上も前に完成している。しかしながら、ヴァイオリン胴体部の振動特性に関する研究は、実験モード解析や有限要素解析などから求まる固有振動特性の把握にとどまっているのが現状であり、胴体の振動エネルギー伝搬に関する考察は見受けられない。

著者らは、実験データに基づく統計的エネルギー解析法 (Experimental Statistical Energy Analysis : 以下、実験 SEA) を用いて、実機機械製品の低騒音化を実現してきた⁽⁵⁾。SEA は、対象系を要素の集合体とみなし、要素間のパワー平衡に着目する手法である。実験 SEA モデルと実稼働時の各要素エネルギーより、各要素への入力パワー、要素間のパワーフローの同定が可能であり、振動エネルギーの伝搬に関する有力な手

法である。しかしながら、ヴァイオリンなどの楽器に関する研究に対して、実験 SEA などの適用事例はみられない。

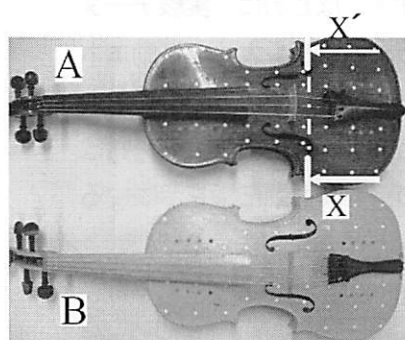
このような背景の下で、著者らは、ヴァイオリン構造における振動エネルギーの伝搬メカニズムを明らかにし、そこから得られた知見を機械構造物の振動騒音設計に活用することを目的に研究を行っている⁽⁶⁾。そこで本報では、はじめに、ヴァイオリン胴体部の振動エネルギー伝搬特性を実験 SEA で分析し、よりよいヴァイオリンは、(1)構造物の減衰が小さい、(2)表板への入力パワーの周波数分布は $1/\sqrt{f}$ 分布に近い (f は周波数)、(3)表板の振動エネルギーは魂柱を介して裏板へ伝わる、という要件が考えられることを示す。次に、要件(2)は無限はりの入力パワーの周波数分布と同じになることから、駒構造の振動伝搬は一方向伝搬の特性を有することが示唆される。そこで本報では、駒構造の振動エネルギーの伝搬に関して考察し、駒と表板の接触問題であることを明らかにしたことを報告する。

2. 実験 SEA を用いたヴァイオリンの振動エネルギーの伝搬解析

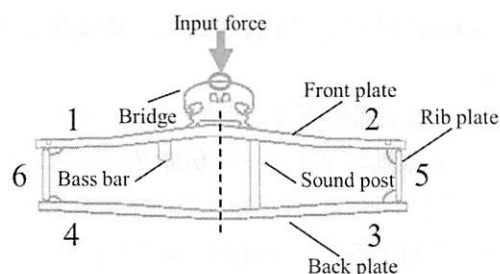
2.1. 供試ヴァイオリン

ヴァイオリンは、弦を表板と平行な方向に振動させると、駒が魂柱 (Sound Post) に近い脚部を支点として他方の駒脚部が垂直方向に揺らされ、表板に振動が伝達し、表板と裏板が振動し音が放射される⁽³⁾⁽⁴⁾。

図1に、2台の供試ヴァイオリンとその断面構造を示す。ヴァイオリン A は熟練工によるもので、B は組み立てキットで著者らが作成したものである。ヴァイオリン胴体部は、表板 (Front Plate)、裏板 (Back Plate)、側板 (Side Plate) で構成される。表板には *f* 字孔とよばれる共鳴孔がつけられており、胴体の共鳴周



(a) 二種の供試ヴァイオリン



(b) X-X'断面構造と SEA 要素分割

Fig.1 供試ヴァイオリン

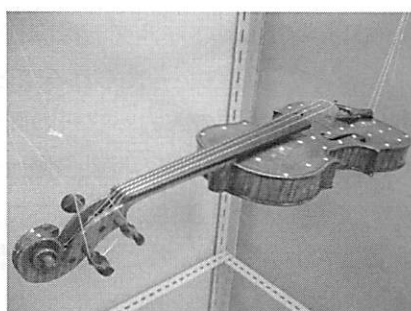


Fig.2 ヴァイオリンの実験概観

波数の決定、強度の向上、適度な柔軟性の確保などの役割を担っている。ヴァイオリン表板にはトウヒ材、裏板にはカエデ材が用いられる。表板、裏板は、一枚の板ではなく、丸板材の表皮に近い部分が胴の中心線に、芯に近い部分が端になるように木取りされ、中心部で張り合わされている。表板と裏板の厚さは、駒や魂柱、側板付近では他の部分に比べて厚くなっている。

胴体内には、第一弦 (E 弦; 最も太い弦) の表板裏面に魂柱 (Sound Post) が取り付けられており、魂柱を通じて表板と裏板は結合されている。魂柱の設置位置は、摺弦楽器の鳴り方 (音色) を左右するものと言われている。また、第四弦 (G 弦; 最も細い弦) の表板裏面には力木 (Bass Bar) が取り付けられている。駒は、弦からの振動を胴体に伝えるために表板を介して魂柱の上に置かれており、弦の張力によって姿勢が保たれている。

本報では、図1(b)に示すように、ヴァイオリン胴体部を6個のSEA要素で分割して、振動エネルギーの伝搬解析を行う。要素番号は、#1:表板左側 (Left Part of Front Plate)、#2:表板右側 (Right Part of Front Plate)、#3:裏板右側 (Right Part of Back Plate)、#4:裏板左側 (Left Part of Back Plate)、#5:側板右側 (Right Part of Rib Plate)、#6:側板左側 (Left Part of Rib Plate)、とした。調弦した状態で図2に示すように糸で懸架した状態で各種の実験を行う。

2.2. 実験 SEA モデルの構築

実験 SEA モデル (内部損失率と結合損失率) の構築では、各要素を個別にインパクトハンマで打撃加振し、打撃点近傍の加速度応答を測定し、入力パワーを測定する。また、そのときの要素ごとの振動エネルギーを、各要素に複数点の加速度応答を測定し、要素質量を乗じて算出する。要素当たりの打撃点は2点とし、応答点は6点とした。なお、温度・湿度の変化による影響を小さくするために、木目に沿って加振点と応答点を定めて測定した。また解析周波数帯域は 1/12 オクターブバンドとした。

実験 SEA モデルの結果の一例として、表板#1の減衰を表す内部損失率の2台のヴァイオリンの結果の比較を図3に示す。熟練工によるヴァイオリン A の方が多くの周波数バンドで小さくなっている。このこ

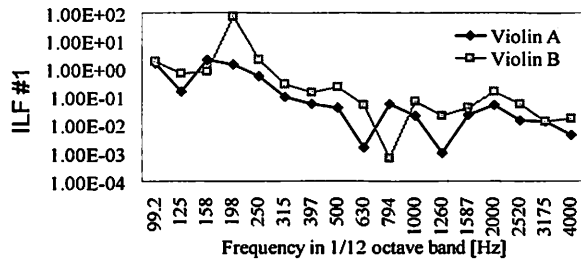
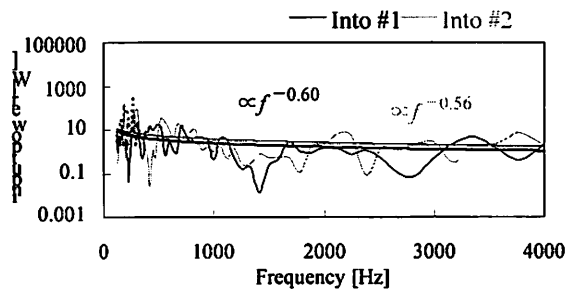
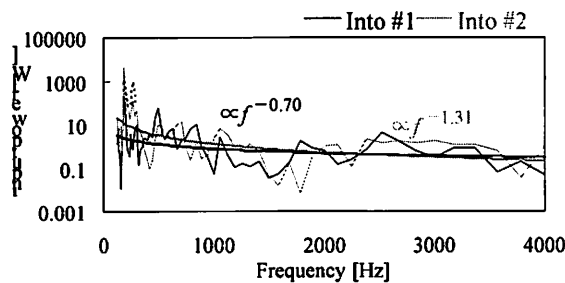


Fig.3 表板#1の内部損失率の違い



(a) ヴァイオリンA



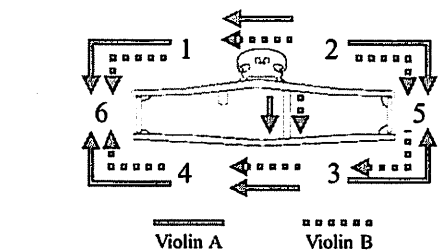
(b) ヴァイオリンB

Fig.4 駒打撃時の入力パワーの同定結果の比較

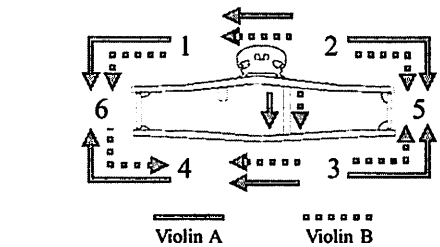
とは、表板の振動は響く方がよいと思われることと対応した結果といえる。

2.3. 駒打撃時の入力パワーの算出

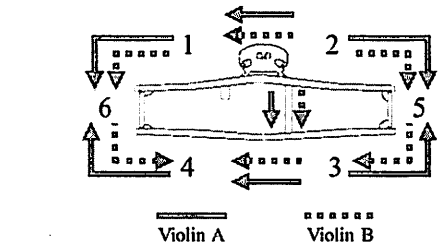
駒をインパクトハンマで打撃した時の各要素の振動エネルギーを測定し、構築した実験 SEA モデルから同定した入力パワーの結果を図4に示す。いずれのヴァイオリンでも低い周波数ほど入力パワーは大きく、特にBはその傾向は強くなっている。また、これらの結果の周波数べき乗近似曲線も図4に示すが、Aでは-0.6乗(信頼係数0.38)と-0.56乗(0.33)で、Bでは-0.70乗(0.37)と-1.31乗(0.57)であった。この結果と次章の検討から、よりよいヴァイオリンAの入力パワーの周波数分布は $1/\sqrt{f}$ 分布に近いと言える。また近似曲線を考察すると、Aでは



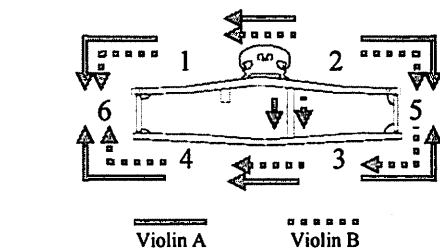
(a) 198Hz 周波数バンド (G String : 196Hz)



(b) 315Hz 周波数バンド (D String : 294Hz)



(c) 397Hz 周波数バンド (A String : 440Hz)



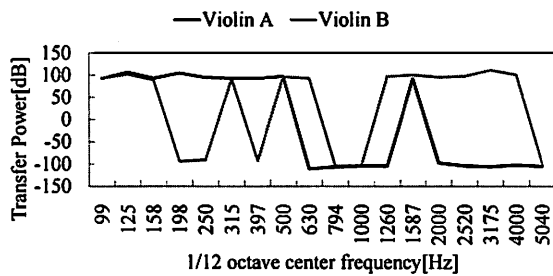
(d) 630Hz 周波数バンド (E String : 659Hz)

Fig.5 パワーフローの比較結果

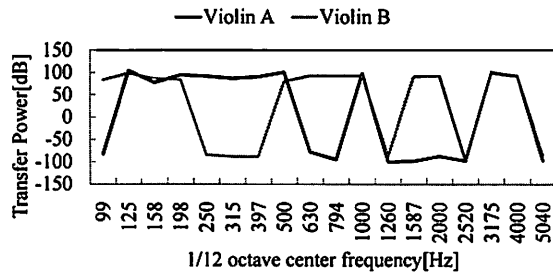
要素#1と#2での周波数分布(べき乗数)に大差はなく、先述の通り、駒の運動の支点となる魂柱側の脚からの要素#1への入力パワーより、要素#2への入力パワーが大きい傾向がみられるが、べき乗数の違いが大きいBではその傾向は見られない。

2.4. 駒打撃時のパワーフロー

図5に、駒を打撃したときの要素間のパワーフローの算出結果を示す。同図は、G弦(第四弦;最も太い弦)、D弦(第三弦)、A弦(第二弦)、E弦(第一弦;最も細い弦)の開放時の周波数196, 294, 440,



(a) 裏板 (#3) から側板 (#5) への伝達パワー



(b) 裏板 (#4) から側板 (#6) への伝達パワー

Fig.6 裏板から側板への伝達パワーの比較結果

659Hz を含む周波数帯域である 198, 315, 397, 630Hz の結果を, A と B で比較したものである. 同図より, ヴァイオリン A と B で要素間のパワーフローの大きさは互いに異なるものの伝達経路は, 多くの周波数帯域で一致している. すなわち, 駒から入力されたパワーは, 表板 (#1 と #2) から側板へと伝わる経路, 表板から魂柱を経て裏板 (#3) に伝わったのち側板に伝わる. ヴァイオリン B では, 側板 (#5 と #6) から裏板 (#3 と #4) へ流れるパワーフローがヴァイオリン A より多いことがわかる.

また, 裏板 (#3 と #4) から側板 (#5 と #6) への伝達パワーの周波数特性を図 6 に示す. 裏板から側板への伝達を正とする. ヴァイオリン A では, 伝達パワーが 500Hz 以下の周波数域で正の値をとる. 一方, 500Hz 以上では負の値をとり, 裏板から側板への伝搬となる. 一方, ヴァイオリン B では, 伝達パワーが周波数域に関係なく正負の値をとる. 以上の結果より, よりよいヴァイオリン A では, 表板から魂柱を経て裏板へと効率よく振動エネルギーが伝搬するのに対して, ヴァイオリン B では, 側板から裏板へ振動エネルギーが伝搬するため, ヴァイオリン A に比べて非効率的であると言える.

専門家の聴覚による音質評価を勘案すると, よりよいヴァイオリン A では, 楽音となる 500Hz 付近の伝達パワーは裏板から側板に伝搬し, 振動伝搬の最下流として吸収・散逸されていることと推察される. また, 表板間や裏板間では, 振動が減衰することなく伝搬し, 音響エネルギーとして放射されるものと理解できる.

2.5. よりよいヴァイオリンの考察

2 台のヴァイオリンの実験 SEA による振動エネルギー伝搬解析結果より, よりよいヴァイオリンの要件として, 以下の三つが考えられる.

- 1) 構造体の減衰は小さい
- 2) 表板への入力パワーが $1/\sqrt{f}$ 分布に近い
- 3) 表板の振動エネルギーは魂柱を介して効率的に裏板へ伝わる (側板を経由しない)

3. 駒構造の振動伝搬に関する考察

前章の三つの要件のうち, 2)の表板への入力パワーが $1/\sqrt{f}$ 分布に近いことについて検討, 考察する.

3.1. 無限はりの入力パワー

無限はりの駆動点アクセラランス (A/F) は次式に表せる.

$$\frac{A}{F} = \frac{\sqrt{\omega}(1+j)}{(EI)^{1/4} m^{3/4}} \propto \sqrt{f} \quad (1)$$

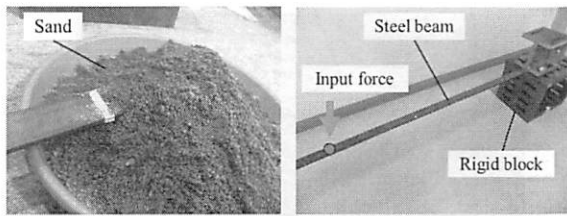
ここで, ω は角周波数, EI , m ははりの曲げ剛性, 単位断面積あたりの質量, j は複素記号である.

これより, 無限はりの入力パワー P_m は, 駆動力を F , 駆動点速度を V とすると以下となり, 無限はりへの入力パワーの周波数分布は $1/\sqrt{f}$ に比例する.

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{1}{2} \text{Re}[FV^*] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[|F|^2 \left(\frac{1}{j\omega F} \right)^* \right] \\ &= -\frac{1}{4\sqrt{2}} |F|^2 \frac{1}{(EI)^{1/4} m^{3/4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}} \propto \frac{1}{\sqrt{f}} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, *は複素共役を表す.

このことを確認するために, 鋼製の有限な弾性は (長さ 2m, 幅 32mm, 厚み 9mm) を用いて, は



(a) 砂上 (無反射模擬) (b) 剛体上 (完全反射模擬)

Fig.7 鋼製はりの入力パワーの実験的検討

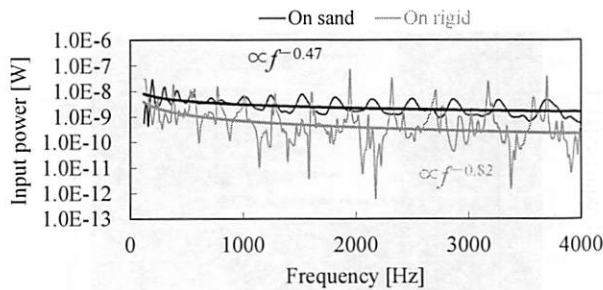


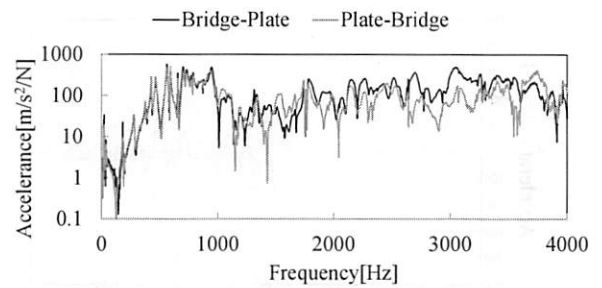
Fig.8 鋼製はりの入力パワーの比較結果

りのスパン中央部に加振力 5N を与えたときの入力パワーを評価した。無限長に相当する実験的な境界条件は、図 7(a)に示すように、はりの両端を砂上に設置した。また、図 7(b)に示す両端固定の境界条件での実験も行った。図 8 に、測定した入力パワーの結果を示す。同図には、べき乗近似したときのべき乗数もあわせて示す。砂上 (図中凡例 ; On sand) の場合は -0.47 乗 (信頼係数 0.54) で概ね $1/\sqrt{f}$ 分布であった。一方、両端を固定したときの実験結果 (図中凡例 ; On rigid support) の結果では -0.82 乗 (0.39) となり、 $1/\sqrt{f}$ 分布とは異なる結果となった。

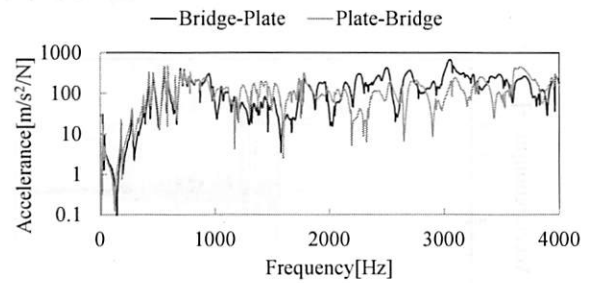
以上より、砂上で支持することで反射の影響が小さくなった弾性はりでは、無限長はりと同様、入力パワーの周波数分布は $1/\sqrt{f}$ 分布に近い。したがって、ヴァイオリンの駒構造を介した振動伝搬は、無限はりへの入力と同様とみなせる。すなわち、駒を介した振動伝搬は、反射して駒に戻らずに一方に表板に伝わっていると考えることができる。

3.2. 相反定理の確認

ヴァイオリンの駒を介した振動伝搬が無限はりへの入力と同様であることを考察する。はじめに、入出力の関係が入れ替わっても振動現象は変わらないという相反定理に関して調べる。実験は、図 2 に示



(a) 入力力 1N



(b) 入力力 5N

Fig.9 ヴァイオリンの相反定理の確認

す状態で、駒の頂上部に垂直方向の打撃加振をインパルスハンマーで与え、駒の振動エネルギーが表板に伝搬する駒脚部直下の表板の応答加速度を測定した。打撃加振の大きさは、奏者が弓を弾く力に相当する力が一般的に 0.5N から 1.5N であることを考慮に入れて、1N および 5N とした。

図 9 に、駒から表板へ、および表板から駒への振動伝達に関する実験結果を示す。打撃加振がそれぞれ 1N および 5N の場合、1.3kHz 以下および 1.1kHz 以下の周波数域において相反定理が成立している。一方、それ以上の周波数域では、駒から表板に伝わる振動が大きくなっており、相反定理が成立しないことがわかる。さらに、高い周波数域ほど、入力パワーが大きいほど、相反定理は成立しにくいことが確認できる。このことは、ヴァイオリンの駒を介した振動伝搬には振幅依存性を有する非線形性が関係していると言える。

3.3. 時間 - 周波数分析の実施

振幅依存性を有する非線形性を確認、考察するために、時間 - 周波数分析を行う。前項と同じ条件で、駒の頂上部に打撃加振を与えたときの表板の過渡振動応答を測定、分析した。その結果の一例として、

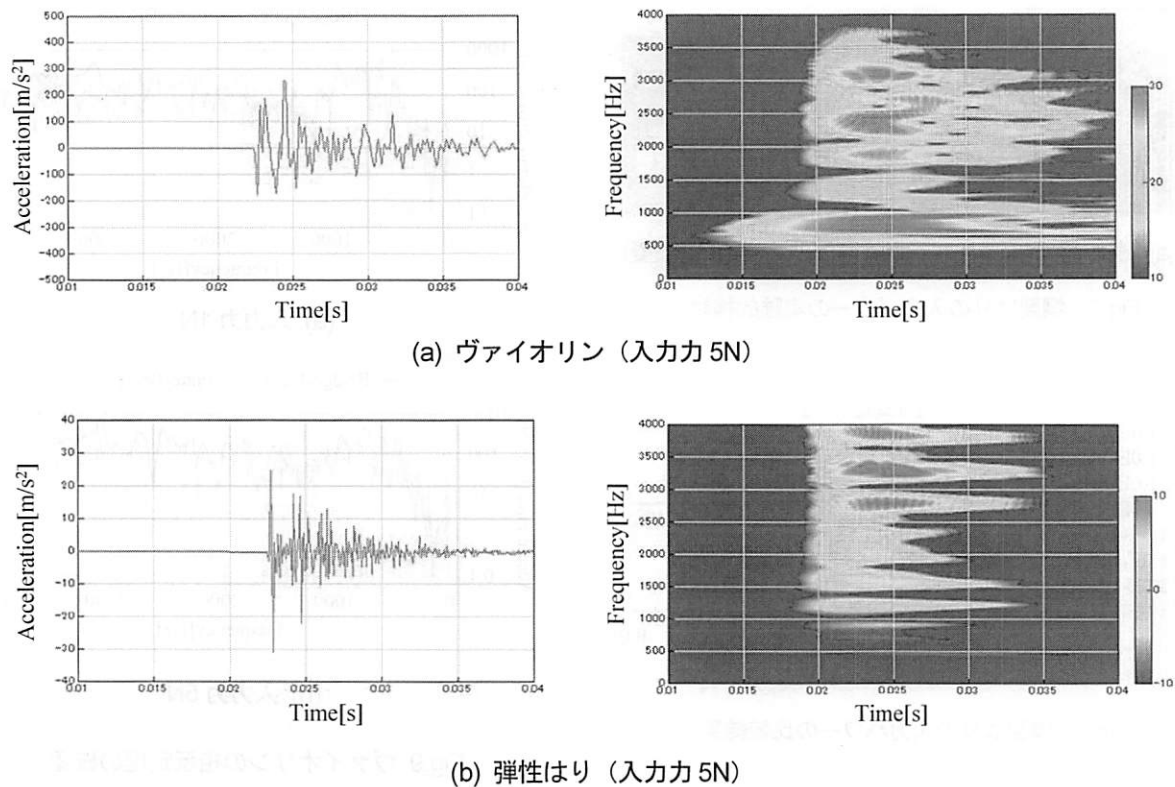


Fig.10 衝撃応答波形の時間 - 周波数分析結果

打撃力を 5N としたときの結果を、弾性はりの結果とともに図 10 に示す。同図(a)のヴァイオリンの表板の応答波形では、ピーク周波数が時間の経過とともに変化していることがわかる。また、その変化は振幅の変化が衝撃初期で顕著と言える。一方、図 10(b)に示す弾性はりの結果では、時間による周波数変化は見られなかった。

以上より、ヴァイオリンの駒を介した振動伝搬は、振幅依存の非線形性を有するものと考えられる。

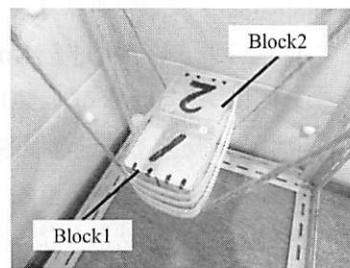
3.4. 簡易モデルを用いた検討

駒を介した振動伝搬の非線形現象を調べるため、ヴァイオリン駒と表板とを模擬した図 11 に示す 2 個のブロックを押しつけ固定した試験体を用いて検討した。

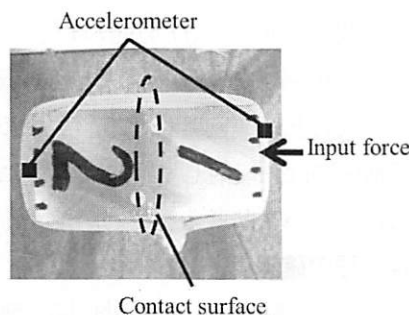
3.4.1. 実験による検討

結果の一例として、50N で打撃したときの時間波形を図 12 に示す。図 12 (a)に示すように、振動は打撃加振した駆動点側のブロック (Block 1) から励振される。つぎに、接触していた 2 個のブロックが衝突したのち、応答点側のブロック (Block 2) の振動

が励振される。以降、ブロック同士の衝突により、駆動点側のブロックの振動方向が反転し、駆動点側と応答点側の位相が逆相になる。このような現象よ

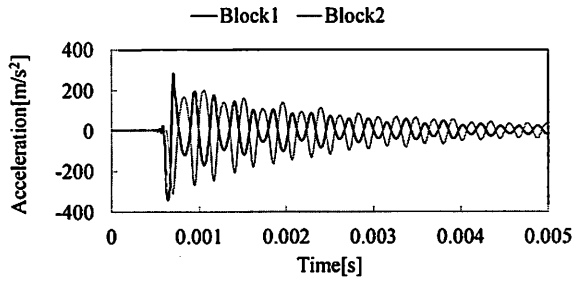


(a) 簡易モデル (2 個のブロック)

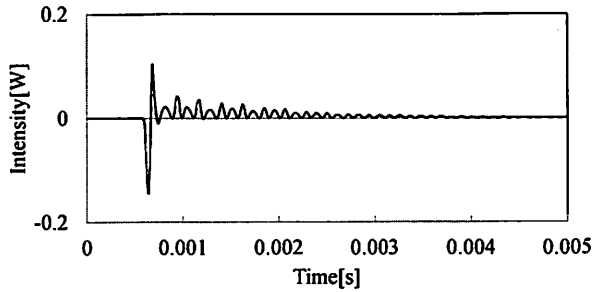


(b) 打撃点と応答点

Fig.11 簡易モデルの実験概観



(a) 時刻歴応答



(b) 振動インテンシティ

Fig.12 簡易モデルの測定結果

り、接触状態にある対象とするモデルは衝突現象を繰り返していることが分かる。なお、1N と 5N で打撃したときにも同様の結果が得られた。

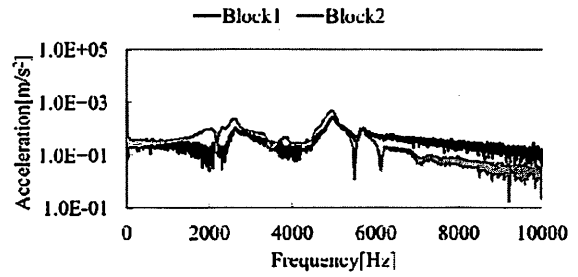
また、図 12(b)には、次式より算出した瞬時振動インテンシティ $i(t)$ の結果を示す。

$$i(t) = -s(t) \cdot v(t) = -k_2 (x_1 - x_2) \cdot \frac{(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)}{2} \quad (3)$$

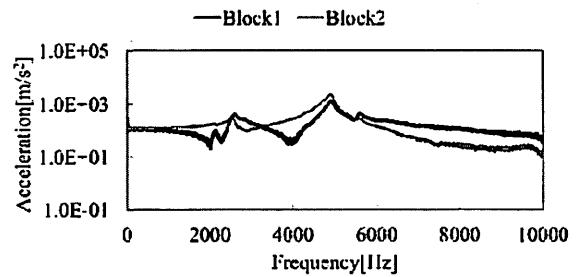
ここで、 k_2 , $s(t)$ と $v(t)$ はブロック間の結合ばね定数、内力と平均速度である。ここでは、振動インテンシティすなわち伝達パワーの向きが時間的にどのように変化するかを明らかにするため、結合ばね定数は 1kg/m とする。またブロック間は押しつけ固定されているが、線形ばねを仮定している。図 12(b)より、ブロック間の振動エネルギーは、衝突時を除いて正の値、すなわち、一方向となっていることがわかる。

3.4.2. 数値モデルによる検討

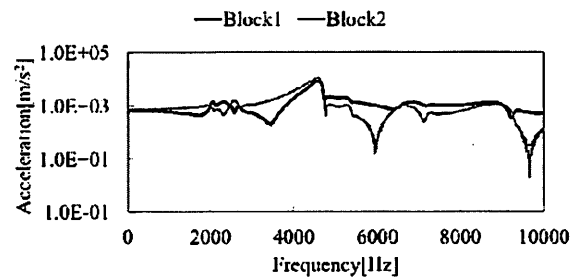
図 13 に、1N, 5N, 50N で打撃した時の応答の FFT 分析結果を示す。共振点は 2.5kHz と 4.6kHz の近傍に存在することから、2 個のブロックからなる簡易モデルは、2 自由度振動系とみなすことができる。また同図(a), (b)に示すように、1N と 5N を入力し



(a) 入力力 1N



(b) 入力力 5N



(c) 入力力 50N

Fig.13 簡易モデルの周波数応答結果

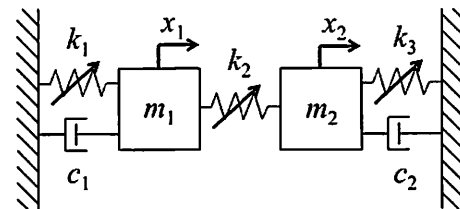
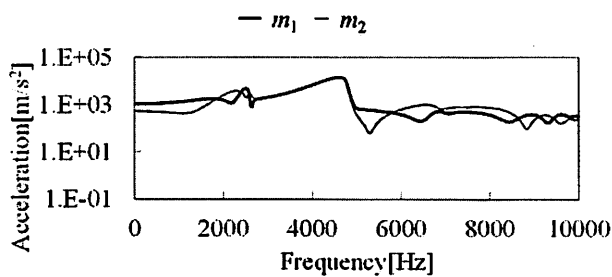
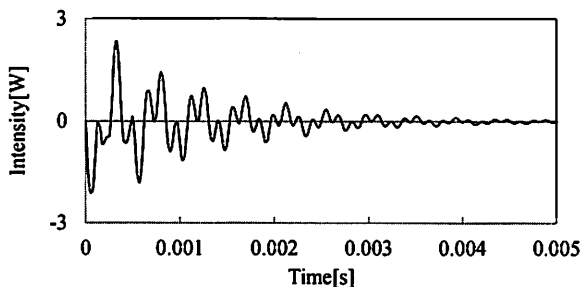


Fig.14 簡易モデルの Duffing モデル

た場合には、 2.5kHz と 4.6kHz 付近に共振点が存在するが、同図(c)の 50N では、 2.5kHz の周波数で振幅値が低下し、 4.6kHz を境に周波数が急激に変化していることがわかる。このことから 4.6kHz 近傍における振幅値の急激な下降には、非線形現象⁹⁾が関与している可能性も推測される。

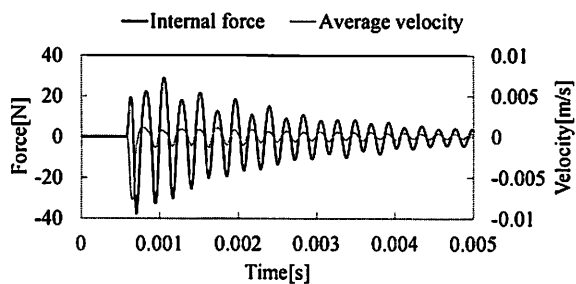


(a) FFT 分析結果

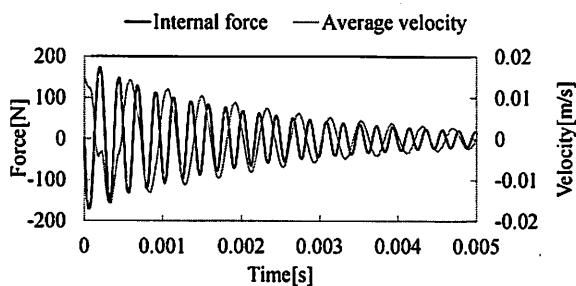


(b) 振動インテンシティ算出結果

Fig.15 Duffing モデルの応答結果



(a) 測定結果



(b) Duffing モデルによる算出結果

Fig.16 内力と平均速度の比較

そこで非線形振動の最も基本的な Duffing 方程式を用いて、この現象を説明することの可能性について検討した。すなわち、図 14 に示す 2 自由度振動系

を非線形 Duffing 方程式であらわしたのち、それぞれのパラメータを実験結果より推定した。そのうえで、Duffing 方程式を用いて現象の考察を行った。図 15(a)に、Duffing 方程式で算出した応答時間波形を FFT 分析した結果を示す。図 13(c)の測定結果と似たものとなっている。しかしながら、その応答時間波形を用いて式(3)より振動インテンシティを算出すると、図 15(b)となった。これは図 12(b)の測定結果と異なる結果となった。そこで図 16 に、内力と平均速度の測定結果と Duffing 方程式の算出結果を示す。同図(a)の実現象では内力と平均速度の位相が一致しているのに対し、同図(b)の Duffing 方程式では位相ずれがある。これより、ヴァイオリンの駒を介した振動伝搬は、Duffing 方程式では周波数応答は表せるものの、エネルギー伝搬を表す振動インテンシティは表せていない⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ことがわかった。接触

4. おわりに

本報では、実験 SEA によりヴァイオリン胴体の振動エネルギー伝搬特性を明らかにするとともに、駒を介した振動伝搬が一方伝搬となることについて検討、考察を行った。得られた結果は以下に要約される。

- 1) 2 つのヴァイオリンの実験 SEA による振動エネルギー伝搬解析結果の比較より、よりよいヴァイオリンとしての三つの要件を抽出した。
- 2) 駒を介した表板への入力パワーが周波数の -0.5 乗に比例することは、無限はりへの振動入力と同様であることを示した。このことから、駒を介した振動は一方伝搬の特性を有することを示した。
- 3) またその要因として、振幅依存の非線形性であることを見出した。
- 4) Duffing 方程式によるモデル化は、周波数応答は対応するが、振動エネルギー伝搬を正しく表すことはできないことを見出した。

今後は、振動エネルギー伝搬を記述できる非線形モデルの検討、機械製品への駒構造の活用、弾弦法の違いなどについて取り組んでいく。

謝 辞

本研究は、科研費（基盤研究（C）25420197）の助成を受けて行われたものであり、ここに謝意を示す。

参考文献

- [1] 金沢純一, 岡村宏, 住吉正敏, 菅原淳一, “クラシックギターの表面板・力木・構造等の変更の効果”, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2009, 355.pdf., 2009
- [2] 谷田涼, 内野敬太, 松村雄一, “ピックを用いたギターのエンドフィンガーによって励起される弦の過渡応答の発生機序”, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2010, 740.pdf, 2010
- [3] 安藤由典, 楽器の音響学, 音楽之友社, 1996
- [4] フレッチャー, ロッキング, 楽器の物理学, Springer, 2002
- [5] 山崎徹, 黒田勝彦, 森厚夫, “SEA による機械製品の固体音低減プロセス”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.73, No.726, pp. 446-452, 2007
- [6] 山崎徹, 曾根崇正, 橋本崇史, 黒田勝彦, “振動エネルギー伝搬解析によるヴァイオリン構造の考察”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.78, No.789, pp. 988-992, 2012
- [7] Cremer, L., Heckl, M., and Petersson, B., Structure-Borne Sound, 3rd edition, Springer, 2005
- [8] 伊東圭昌, 山口尚人, 山崎徹, “デジタルフィルタによる時間—周波数分析を用いた振動解析に関する基礎的検討”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.801, pp. 1633-1646, 2013
- [9] Nayfeh A. and Mook, D., Nonlinear Oscillations, John Wiley & Sons, 1979
- [10] Guckenheimer, P., Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, Springer, 1983
- [11] 丸山真一, 角田晃, 柳澤大, “衝突振動を伴う音響デバイスの非線形振動解析”, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2014, 343.pdf, 2014